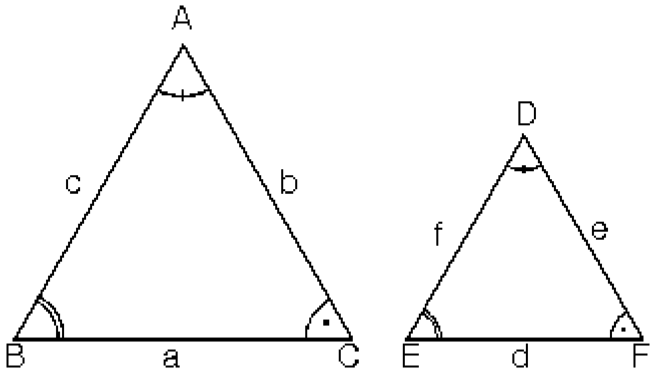
1. Benzer Üçgenler

Karşılıklı açıları eş ve karşılıklı kenarları orantılı olan üçgenlere benzer üçgenler denir.



ABC ve DEF üçgenleri için;

$$\left.\begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \\ m(\hat{B}) = m(\hat{E}) \\ m(\hat{C}) = m(\hat{F}) \end{array}\right\} \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$ oranı yazılır

Buradan ABC üçgeni ile DEF üçgeni benzerdir denir ve

ABC ~ DEF biçiminde gösterilir.

$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = k$ eşitliğinde verilen k sayısına, benzerlik oranı yada benzerlik katsayısı denir.

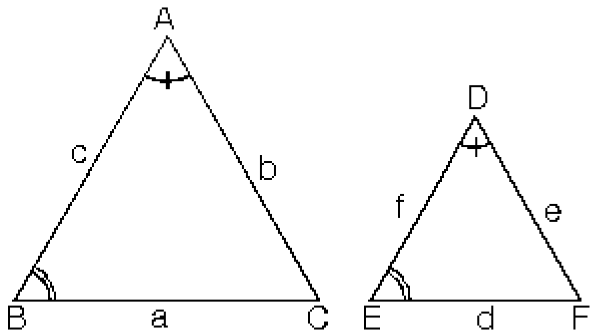
- k = 1 olan benzer üçgenlerde karşılıklı kenarlar eşit olduğundan, bu üçgenlere eş üçgenler denir.

ABC ~ DEF benzerliği yazılırken eş açıların sıralanmasına dikkat edilir.

$$ABC \sim DEF \Rightarrow \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|}$$

2. Açı - Açı Benzerlik Teoremi

Karşılıklı ikişer açıları eş olan üçgenler benzerdir.



şekilde verilen üçgenlerde

$$\left.\begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \\ m(\hat{B}) = m(\hat{E}) \end{array}\right\} ABC \sim DEF$$

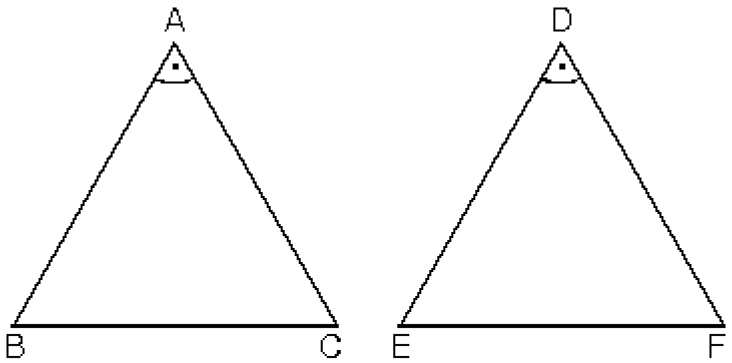
İkişer açıları eş olduğundan, üçüncü açıları da eş olmak zorundadır. Dolayısıyla bu iki üçgen benzer üçgenlerdir.

m(C)=m(F)

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

3. Kenar - Açı - Kenar Benzerlik Teoremi

İki üçgenin karşılıklı ikişer kenarı orantılı ve bu kenarların oluşturduğu karşılıklı açılar eş ise, üçgenler benzerdir.



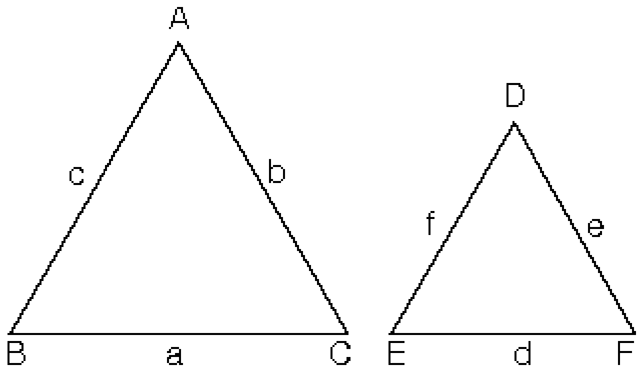
$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|DF|} \\ \text{ve} \\ m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \end{array}\right\} ABC \sim DEF$$

ABC üçgeni ile DEF üçgeninin BAC ve EDF açıları eş, bu açıların kenarları da orantılı ise, bu iki üçgen benzerdir.

BAC açısının kısa kenarının EDF açısının kısa kenarına oranı, BAC açısının uzun kenarının EDF açısının uzun kenarına oranına eşittir.

4. Kenar - Kenar - Kenar Benzerlik Teoremi

İki üçgenin karşılıklı bütün kenarları orantılı ise bu iki üçgen benzerdir.



$$\left.\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}\right\} ABC \sim DEF$$

Kenarları orantılı olan ABC ve DEF benzer üçgenlerinde orantılı kenarları gören açılar eştir.

m(A) = m(D),

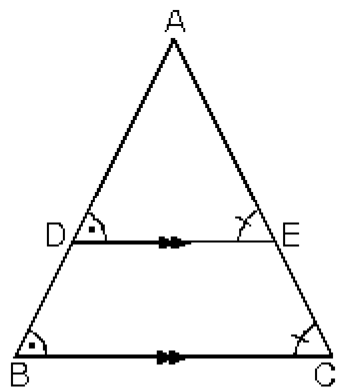
m(B) = m(E),

m(C) = m(F)

5. Temel Benzerlik Teoremi

ABC üçgeninde [DE] // [BC] ise yöndeş açılar eş

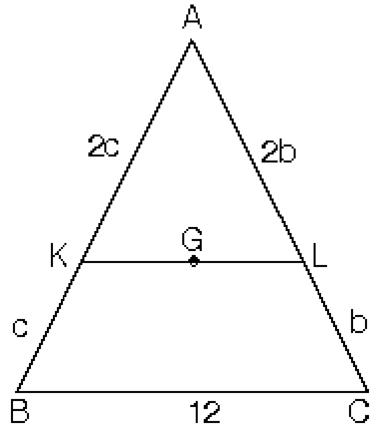
olacağından ADE ~ ABC dir.



$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$$

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$$

- Ağırlık merkezinden çizilen paralel doğru kenarları 1birime 2 birim oranında böler. ABC üçgeninde G ağırlık merkezi ve [KL] // [BC]

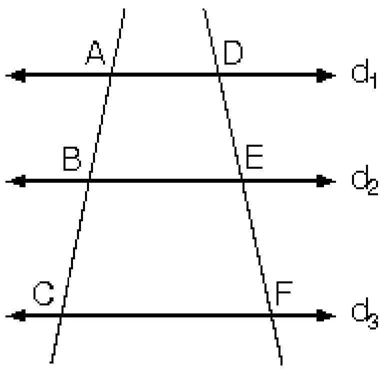


|AK|=2|KB|

|AL|=2|LC|

6. Tales Teoremi

Paralel doğrular kendilerini kesen doğruları aynı oranda bölerler. d1 // d2 // d3 doğruları için



$$\frac{|AB|}{|BC|}=\frac{|DE|}{|EF|}$$

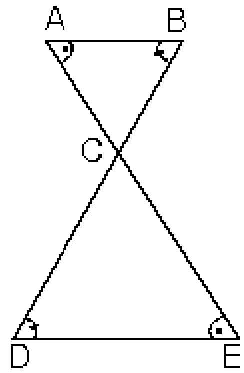
Buradan $\frac{|AB|}{|AC|}=\frac{|DE|}{|DF|}$ de elde edilir

- [AB] // [DE] ise oluşan içters açıların eşitliğinden,

  ABC ~ EDC olur. Buradan,

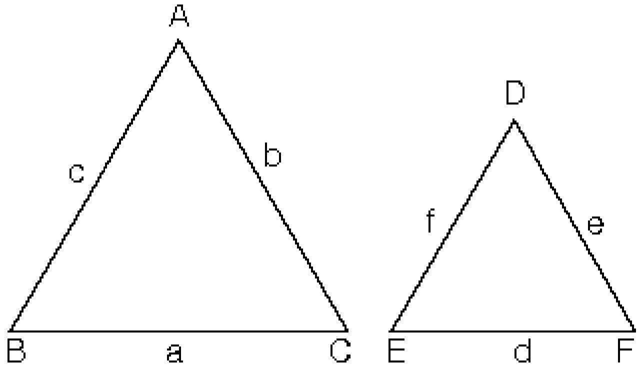
  $$\frac{|AB|}{|DE|}=\frac{|AC|}{|CE|}=\frac{|BC|}{|CD|}$$

  eşitliği elde edilir. Buna kelebek benzerliği de denir.



7. Benzerlik Özellikleri

Benzer üçgenlerin açıları karşılıklı olarak eş, diğer bütün elemanları orantılıdır.



ABC ~ DEF $\Leftrightarrow$ $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}=k$

Burada k ya benzerlik oranı denir.

a. Benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait yüksekliklerin oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}=k\ \frac{h_a}{h_d}=\frac{h_b}{h_e}=\frac{h_c}{h_f}$$

b. Benzer üçgenlerde orantılı kenarlara ait kenar-ortay uzunluklarının oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{v_a}{v_d}=\frac{v_b}{v_e}=\frac{h_c}{h_f}=k$$

c. Benzer üçgenlerde eş açılara ait açıortay uzunluklarının oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{n_a}{n_D}=\frac{n_B}{n_E}=\frac{n_c}{n_f}=k$$

d. Benzer üçgenlerin çevrelerinin oranı benzerlik oranına eşittir.

$$\frac{Ç(ABC)}{Ç(DEF)}=k$$

e. ABC üçgeninde içteğet çemberin yarıçapı r_{ABC} ve çevrel çemberin yarıçapı R_{ABC} , DEF üçgeninde içteğet çemberin yarıçapı r_{DEF} ve çevrel çemberin yarıçapı R_{DEF} olsun.

$$\frac{r_{ABC}}{r_{DEF}}=\frac{R_{ABC}}{R_{DEF}}=k$$

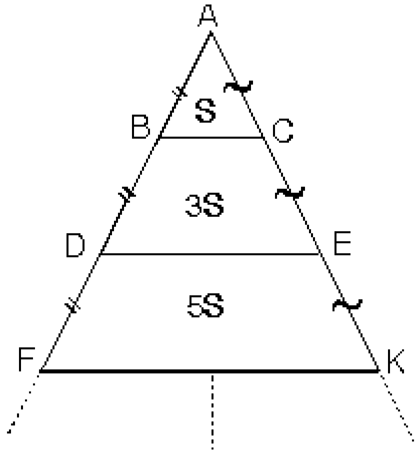
f. Alanlar oranı

Benzer üçgenlerin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir.

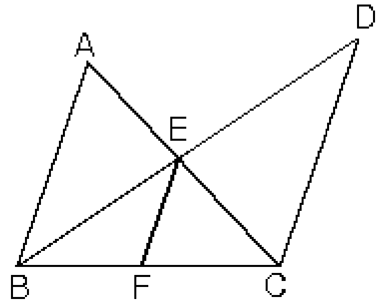
$$\frac{A(ABC)}{A(DEF)}=k^2$$

$$\frac{A(ABC)}{A(DEF)}=\frac{a^2}{d^2}=\frac{h_a^{\ 2}}{h_d^{\ 2}}=\frac{v_a^{\ 2}}{v_d^{\ 2}}=\frac{n_a^{\ 2}}{n_D^{\ 2}}$$

g. Benzerlik oranı k = 1 olan üçgenler eş üçgenlerdir.



- Kenarları eşit aralıklı paralellerle bölünmüş olan üçgenlerde alanlar 1, 3, 5, 7 … gibi tek sayılarla orantılı olarak artar.



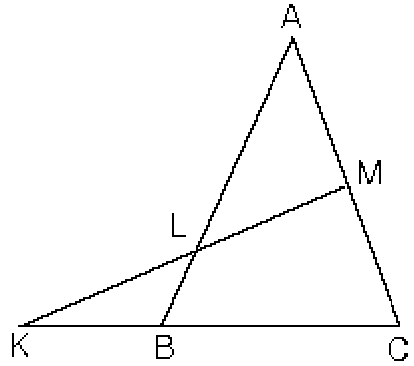
- [AB] // [EF] // [DC] benzerlik özelliklerinden,

$$\frac{1}{|EF|}=\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|DC|}$$

|AB|.|FC|=|DC|.|BF|

8. Özel Teoremler

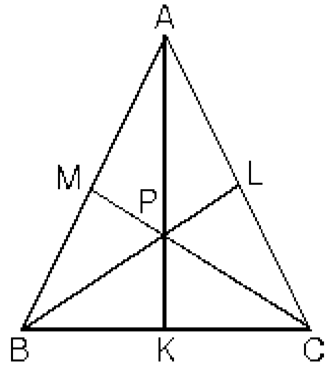
a. Menelaüs



ABC üçgeni KM doğru parçası ile şekildeki gibi kesiliyor ise

$$\frac{|KB|}{|KC|}=\frac{|MC|}{|MA|}+\frac{|AL|}{|LB|}=1$$

b. Seva



ABC üçgeni içerisinde alınan bir P noktası için,

$$\frac{|KB|}{|KC|}=\frac{|LC|}{|LA|}+\frac{|MA|}{|MB|}=1$$