

- ÜÇGEN

Doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren üç doğru parçasının birleşimine üçgen denir.

$$AB] \cup [AC] \cup [BC] = ABC \text{ dir.}$$

Burada;

A, B, C noktaları üçgenin

köşeleri,

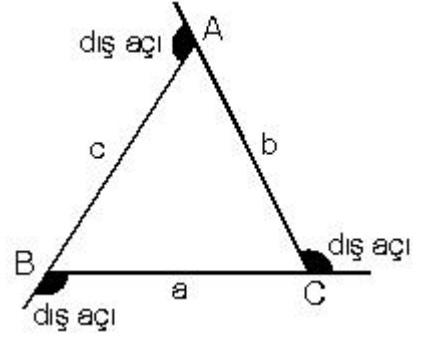
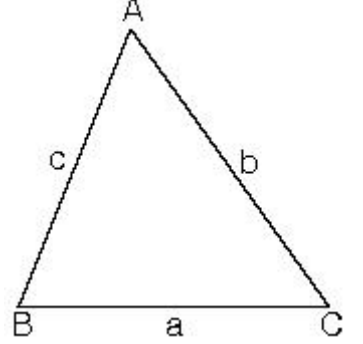
$[AB]$, $[AC]$, $[BC]$ doğru parçaları üçgenin

kenarlarıdır.

BAC , ABC ve ACB açıları üçgenin iç açılarıdır.

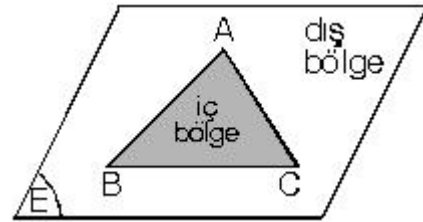
$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

uzunluklarına üçgenin kenar uzunlukları denir. iç açların bütünleri olan açılara dış açlar denir.



ABC üçgeni bir düzlemi; üçgenin kendisi, iç bölge, dış bölge, olmak üzere üç bölgeye ayırır.

$$ABC \cup \{ABC \text{ iç bölgesi}\} = (ABC) \text{ (üçgensel bölge)}$$

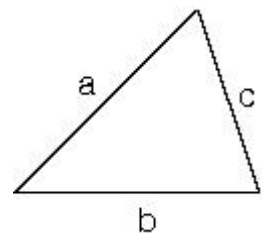


- ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ

1. Kenarlarına göre üçgen çeşitleri

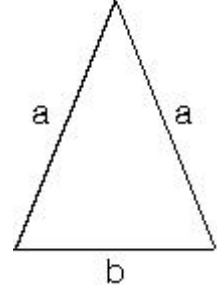
a. Çeşitkenar üçgen

Üç kenar uzunlukları da farklı olan üçgenlere denir.



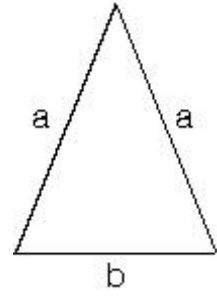
b. İkizkenar Üçgen

Herhangi iki kenar uzunlukları eşit olan üçgenlere denir.



c. Eşkenar Üçgen

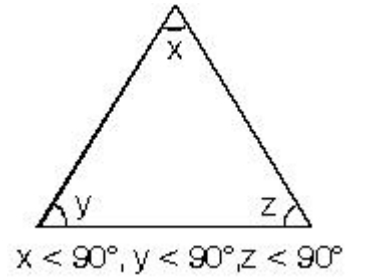
Üç kenar uzunlukları da eşit olan üçgenlere denir.



2. Açılarına göre üçgenler

a. Dar açılı üçgen

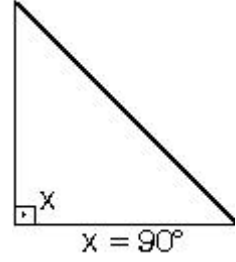
Üç açısının ölçüsü de 90° den küçük olan üçgenlere dar açılı üçgen denir.



b. Dik açılı üçgen

Bir açısının ölçüsü 90° ye eşit olan üçgenlere denir.

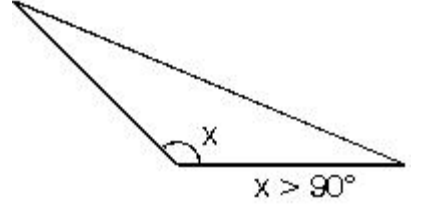
Dik üçgen olarak adlandırılır.



c. Geniş açılı üçgen

Bir açısının ölçüsü 90° den büyük olan üçgenlere denir.

Bir üçgende bir tek geniş açı olabilir.

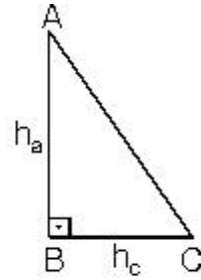
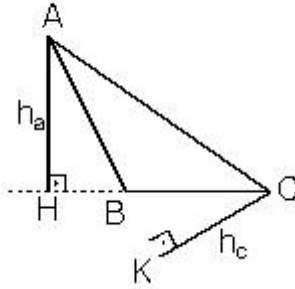
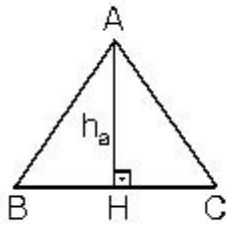


• ÜÇGENİN TEMEL ve YARDIMCI ELEMANLARI

Üçgenin kenarları' na ve açıları' na temel elemanlar, Yükseklik, kenarortay ve açıortaylarına yardımcı elemanlar denir.

1. Yükseklik

Bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına çizilen dik doğru parçasına yükseklik denir.



$h_a \rightarrow$ a kenarına ait yükseklik.

$h_c \rightarrow$ c kenarına ait yükseklik

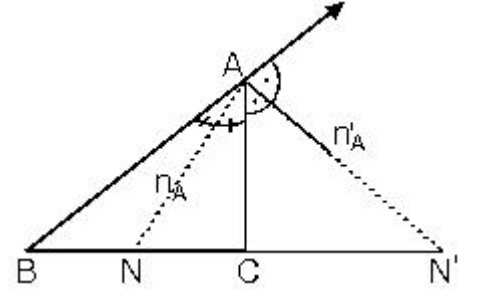
yüksekliklerin kesim noktasına üçgenin Diklik Merkezi denir.

2. Açıortay

Üçgenin bir köşesindeki açıyı iki eş parçaya ayıran ışına o köşenin açıortayı denir.

$n_A \rightarrow$ A köşesine ait iç açıortay

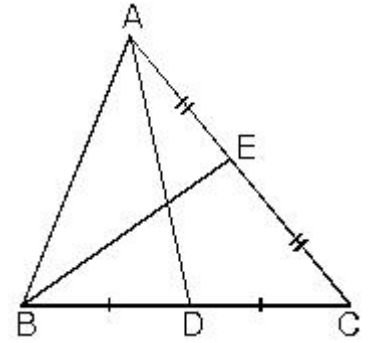
$n'_A \rightarrow$ A köşesine ait dış açıortay



3. Kenarortay

Üçgenin bir kenarının orta noktasını karşısındaki köşe ile birleştiren doğru parçasına o kenara ait kenarortay denir.

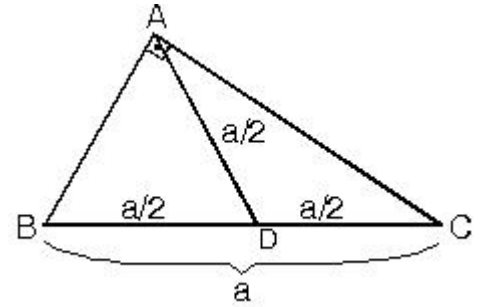
$|AD| = V_a$, $|BE| = V_b$ olarak ifade edilir.



Dik üçgende, hipotenüse ait kenarortay hipotenüsün yarısına eşittir.

$|BC| = a$ (hipotenüs)

$$|AD| = V_a = \frac{a}{2}$$



ÜÇGENDE AÇI ÖZELLİKLERİ

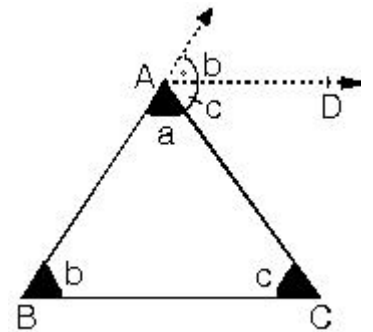
1. Üçgende iç açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

$[AD \parallel BC]$ olduğundan,

iç ters ve yöndeş olan açılar bulunur.

$$a + b + c = 180^\circ$$

$$m(A) + m(B) + m(C) = 180^\circ$$



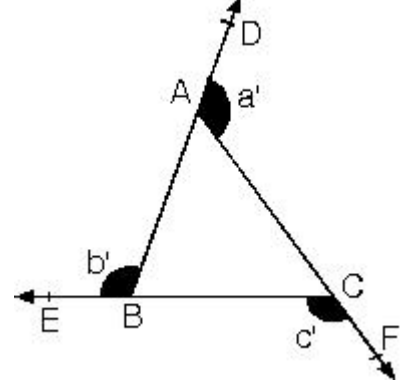
Üçgenin iç açılarının toplamı 180° dir.

İç açılara komşu ve bütünler olan açılara dış açı denir.

2. Üçgende dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

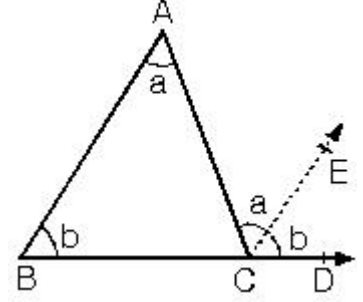
$$a' + b' + c' = 360^\circ$$

$$m(\angle DAF) + m(\angle ABE) + m(\angle BCF) = 360^\circ$$



3. Üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

[AB] // [CE] olduğundan

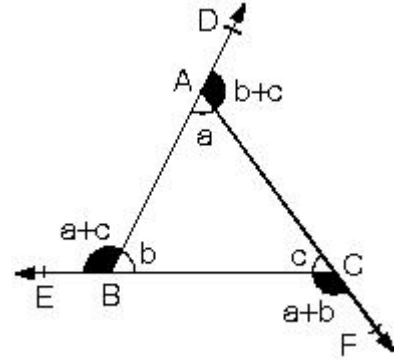


$$m(\angle ACD) = a + b$$

$$m(\angle DAC) = m(\angle A') = b + c$$

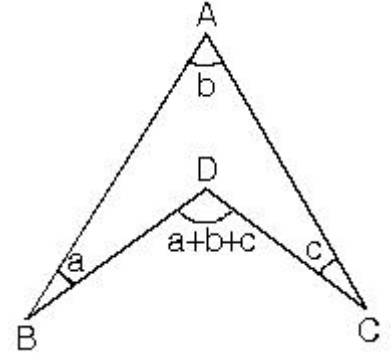
$$m(\angle DBE) = m(\angle B') = a + c$$

$$m(\angle ECF) = m(\angle C') = a + b$$



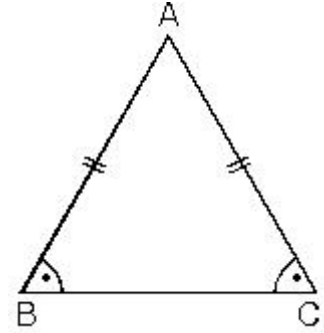
Yandaki şekilde a, b, c bulundukları açıların ölçüleri ise,

$$m(\angle BDC) = a + b + c$$



4. iki kenarı eş olan üçgene ikizkenar üçgen denir. ABC üçgeninde:

$$|AB| = |AC| \Leftrightarrow m(\angle B) = m(\angle C)$$



Burada A açısına ikizkenar üçgenin tepe açısı, [BC] kenarına ise tabanıdır.

Tepe açısına $m(\angle BAC) = a$ dersek

Taban açıları

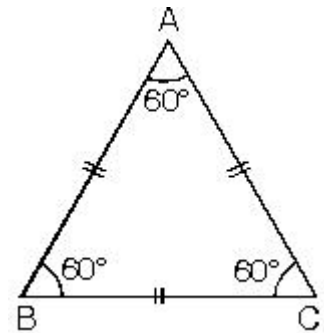
$$m(\angle ABC) = m(\angle ACB) = 90^\circ - \frac{a}{2}$$

5. Üç kenarı eş olan üçgene eşkenar üçgen denir.

ABC üçgeninde

$$|AB| = |BC| = |AC|$$

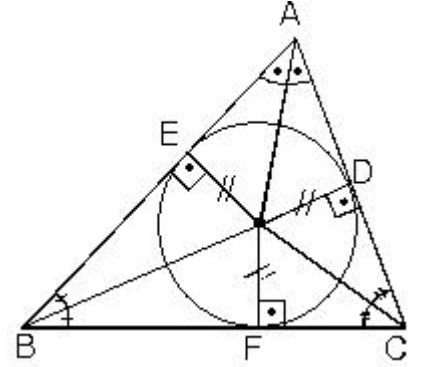
$$m(\angle A) = m(\angle B) = m(\angle C) = 60^\circ$$



Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgenin bütün özelliklerini taşır.

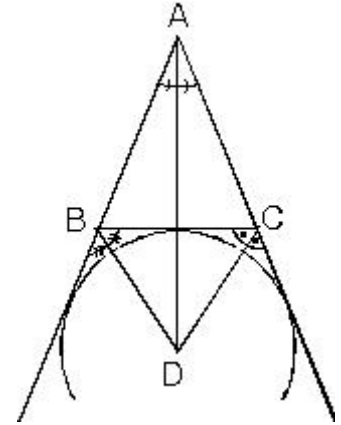
- ÜÇGENDE AÇIORTAYLAR

1. Üçgende iç açıortaylar bir noktada kesişirler. Bu nokta üçgenin içteğet çemberinin merkezidir.



Açıortayların kesiştiği noktadan kenarlara çizilen dikmelerin uzunlukları eşittir. (Çemberin yarıçapı)

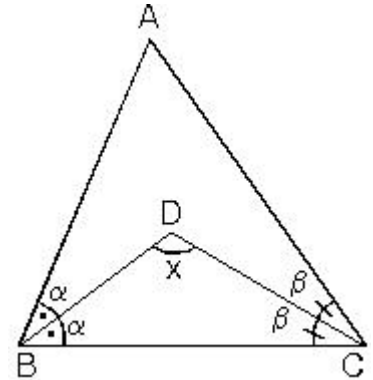
2. Üçgende iki dış açıortay ile üçüncü iç açıortay bir noktada kesişirler. Bu nokta üçgenin dıştan teğet çemberlerinden birinin merkezidir. (Üç dış teğet çember vardır.)



[AD], [BD] ve [CD] açıortaylarından herhangi ikisi verildiğinde üçüncüsünün de kesinlikle açıortaydır.

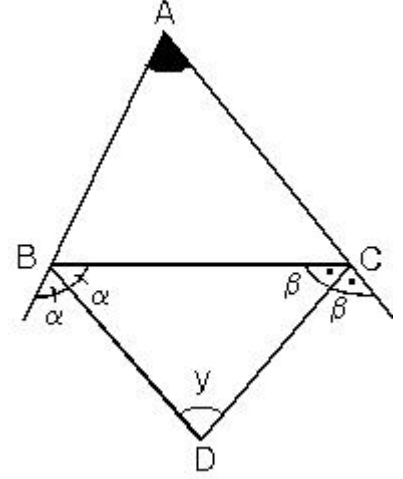
3. iki iç açıortayın kesişmesiyle oluşan açı; ABC üçgeninde ve BDC üçgeninde iç açılar toplamı yazılırsa

$$x = 90^\circ + \frac{m(A)}{2}$$



4. iki dış açıortayın kesişmesiyle oluşan açı; ABC üçgeninin dış açıların toplamı ve BDC üçgeninin iç açıların toplamını yazarsak

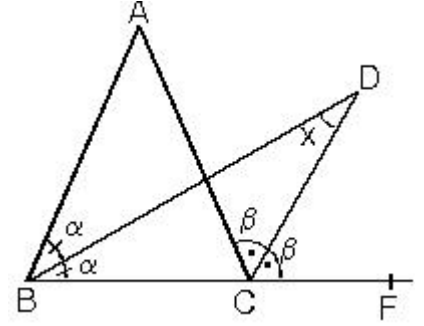
$$y = 90^\circ + \frac{m(A)}{2}$$



5. Bir iç açıortay ile bir dış açıortayın kesişmesiyle oluşan açı,

ABC üçgeninin C açısının dış açıortayı ile B açısının iç açıortayı arasındaki açının ölçüsü A açısının ölçüsünün yarısıdır.

$$x = \frac{m(\hat{A})}{2}$$

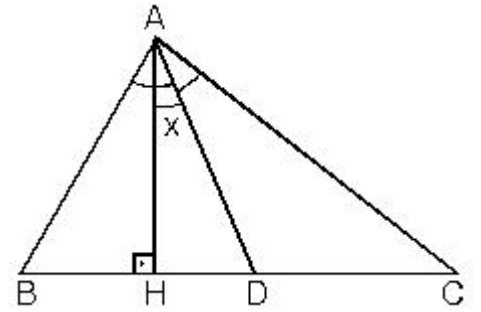


- Burada D noktası dış teğet çemberlerden birinin merkezi olduğundan, A dan çizilen dış açıortayda D noktasından geçer.

6. Açıortayla yükseklik arasında kalan açı; ABC üçgeninde [AD] A açısına ait açıortay ve [AH] yüksekliktir.

Açıortayla yükseklik arasındaki açığa $m(\angle HAD) = x$ dersek

$$x = \frac{|m(B) - m(C)|}{2}$$



Bir açı ve açıortayını başka bir doğrunun kestiği durumlarda dış açı özelliği kullanılarak bütün açılar bulunabilir.

